

# Plan du cours

## Chapitre 1. Nombres réels et fonctions

01/10

### I Nombres réels

Notations :  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{N}^*$ ,  $\mathbb{R}_+^*$ ,  $\mathbb{C}$ ,  $\in$ .

#### a) Algèbre

Symboles  $\sum$  et  $\prod$ , factorielle. Identités remarquables. Racines d'un trinôme du second degré.

#### b) Ordre

Notations  $\max$ ,  $\min$ ,  $|\cdot|$ . Intervalles. Inégalité triangulaire. Partie entière.

### II Fonctions

Notations et vocabulaire.

08/10

#### a) Algèbre

Opérations sur les fonctions. Composition. Parité, périodicité.

#### b) Ordre

Comparaison entre fonctions. Signe du trinôme du second degré. Monotonie.

### III Puissances et exponentielle

#### a) Logarithme et exponentielle

Primitive de  $1/x$ . Produit et inverse.  $\text{Log}(1+x) \leq x$ . Limites de  $\text{Log } x$ ,  $x \text{Log } x$  et  $(\text{Log } x)/x$ . Réciproque de  $\text{Log}$ . Dérivée. Somme et opposé. Limites de  $\exp x$ ,  $x \exp x$ ,  $(\exp x)/x$ . Graphes.

#### b) Fonctions puissance

Puissances entières sur  $\mathbb{R} / \mathbb{R}^*$ , racines  $n^{\text{ièmes}}$  sur  $\mathbb{R} / \mathbb{R}_+$ . Définition générale sur  $\mathbb{R}_+^*$ . Formule  $\exp x = e^x$ . Règles de calcul. Graphes.

## Chapitre 2. Étude locale des fonctions réelles

### I Limites

15/10

#### a) Définition

Définition intuitive, définition mathématique. Quantificateurs, propriété contraire.

#### b) Propriétés

Limite d'une somme, d'un produit, d'un quotient. Limite d'une fonction composée. Passage à la limite dans les inégalités. Théorème des gendarmes.

#### c) Variantes

Limites en l'infini, limites infinies. Formes indéterminées ou pas. Limites à droite et à gauche. Fonctions localement égales. Partie entière.

### II Continuité et dérivation

#### a) Continuité

Limite en un point du domaine de définition. Continuité en un point. Exemples : continuité, discontinuités de première et seconde espèce.

#### b) Dérivation

Taux d'accroissement, dérivée. Théorèmes généraux et règles de calcul.

**c) Interprétation graphique de la dérivée**

Caractérisation de la dérivée par un DL. Interprétation graphique.

**III Développements limités**

21/10

**a) Introduction**

Idée des développements limités, approximations du graphe de  $\exp(\sin(x))$ .

**b) Définition**

Définition d'un développement limité. Unicité des coefficients. Exemple :  $\frac{1}{1-x}$ .

**c) Formulaire**

Développements de  $\frac{1}{1-x}$ ,  $\exp$ ,  $\ln(1+x)$ ,  $\cos$ ,  $\sin$ ,  $(1+x)^\alpha$ .

22/10

**d) Opérations usuelles**

Troncature, somme, produit, composée, quotient. Cas des fonctions paires, impaires.

**e) Formule de Taylor-Lagrange**

Dérivées d'ordre supérieur, fonctions de classe  $C^n$ . Théorème de Taylor-Young, application aux DLs. Exemples :  $\frac{1}{1-x}$ ,  $\exp$ .

**Chapitre 3. Fonctions de plusieurs variables**

5/11

**a) Définition**

L'ensemble  $\mathbb{R}^2$ , équations de plans. Fonction réelle sur  $\mathbb{R}^2$ . Graphe. Cas des fonctions affines.

**b) Dérivées partielles**

Définition. Exemple. Équation du plan tangent.

**c) Dérivées secondes**

Fonctions dérivées partielles. Dérivées secondes. Théorème de Schwarz.

**d) Extrema**

Extrema globaux et locaux. Condition nécessaire, points critiques.

**Chapitre 4. Systèmes linéaires**

10/12

**I Généralités**

**a) Vocabulaire**

Équations linéaires, systèmes linéaires, coefficients, terme constant, terme directeur, équation triviale, système homogène.

**b) Solutions**

Ensemble des solutions dans  $\mathbb{R}^n$ . Systèmes équivalents. Sous-espace vectoriel dans le cas homogène. Cas général : solution particulière + système homogène associé.

**II Méthode de Gauss**

12/12

**a) Systèmes échelonnés**

Système échelonné, exemples. Résolution d'un tel système. Dimension de l'ensemble des solutions.

**b) Réduction de Gauss**

Opérations élémentaires. Algorithme de Gauss.