

FICHE D'EXERCICES N° 4

Encore des équations

Exercice 1. Résoudre les systèmes triangulaires suivants :

$$(A) \begin{cases} 2x + y = 3 \\ y = 1, \end{cases}$$

$$(B) \begin{cases} 2x - 3y = 1, \end{cases}$$

$$(C) \begin{cases} x - y + 2z = 0 \\ y + z = 1 \\ z = -1, \end{cases}$$

$$(D) \begin{cases} 3x + 2y - z = 5 \\ y - 7z = 3 \\ 0 = 3, \end{cases}$$

$$(E) \begin{cases} x - 2y + z = 1 \\ y - z = -2, \end{cases}$$

$$(F) \begin{cases} 2x - y + 2z = 0, \end{cases}$$

$$(G) \begin{cases} x - y - z = 0 \\ 2y + z = 2 \\ z = -2, \end{cases}$$

$$(H) \begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ y - z = 3, \end{cases}$$

$$(I) \begin{cases} x - 2y + 2z = 0 \\ y = 1, \end{cases}$$

$$(J) \begin{cases} 2x + y - 2z - t = 1 \\ y + 3t = 2, \end{cases}$$

$$(K) \begin{cases} x - y + t = 2 \\ t + z = 0, \end{cases}$$

$$(L) \begin{cases} x + y + 3z - 2t = -3 \\ 2y + z - t = 1 \\ z + 2t = 2. \end{cases}$$

Exercice 2. Résoudre les systèmes linéaires suivants :

$$(A) \begin{cases} 2x + y = 3 \\ 4x + 3y = 7, \end{cases}$$

$$(B) \begin{cases} x - y + 2z = 0 \\ x + 3z = 1 \\ 2x - y + 6z = 0, \end{cases}$$

$$(C) \begin{cases} 3x + 2y - z = 5 \\ 3x + y + 6z = 8 \\ -3x - 13z = 4, \end{cases}$$

$$(D) \begin{cases} x - 2y + z = 1 \\ x + y - 2z = -5 \\ 5x - 4y - z = -7, \end{cases}$$

$$(E) \begin{cases} x - y - z = 0 \\ x + y = 2 \\ 4x - 2y - z = -2, \end{cases}$$

$$(F) \begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ -4x - y + z = 1, \end{cases}$$

$$(G) \begin{cases} x - 2y + 2z = 0 \\ 2x - 5y + 4z = -1 \\ -x + y - 2z = -1, \end{cases}$$

$$(H) \begin{cases} 2x + y - 2z - t = 1 \\ x + y - z + t = \frac{3}{2} \\ -4x - y + 4z + 5t = 0, \end{cases}$$

$$(I) \begin{cases} x + y + 3z - 2t = -3 \\ x + 3y + 4z - 3t = -2 \\ 2x + 4y + 8z - 3t = -3, \end{cases}$$

$$(J) \begin{cases} 2x + y = 3 \\ 4x + 3y = 7 \\ 2x + 3y = 5, \end{cases}$$

$$(K) \begin{cases} 2x + y = 3 \\ 4x + 3y = 7 \\ 6x + 5y = 10. \end{cases}$$

Exercice 3. Résoudre les systèmes linéaires suivants :

$$(A) \begin{cases} x + 2y - 5z + 4t = 0 \\ 2x - 3y + 2z - 3t = 0 \\ 4x - 6y + z - 6t = 0, \end{cases}$$

$$(B) \begin{cases} x - 3y + z = 1 \\ 2x + y - z = -1 \\ x + 11y - 5z = 5, \end{cases}$$

$$(C) \begin{cases} 2x + y - 2z = 10 \\ 3x + 2y + 2t = 1 \\ 5x + 4y + 3t = 4, \end{cases}$$

$$(D) \begin{cases} 2x - 3y + z = 2 \\ -5x + 3y + 2z = 1 \\ -4x + 2y + z = 1, \end{cases}$$

$$(E) \begin{cases} x - 2y + 3z = 4 \\ 2x + y - z = 1 \\ 3x - y + 2z = 1, \end{cases}$$

$$(F) \begin{cases} x + 2y + 3z = 0 \\ x + 4y + 6z = 0 \\ x + 8y + 9z = 0, \end{cases}$$

$$(G) \begin{cases} x + y + z + t = 10 \\ x - y + z + t = 6 \\ x + y - z + t = 4, \\ x + y + z - t = 2, \end{cases}$$

$$(H) \begin{cases} 2x - y + z - t = 0 \\ x + 2y + 2z - t = -5 \\ -x + 7y - z + 2t = -9 \\ 3x + 5y - 3z + t = -10, \end{cases}$$

$$(I) \begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + 2y - z = -1 \\ x + 3z = 3 \\ 2x + y + 4z = 4. \end{cases}$$

Exercice 4. Calculer en fonction de $\log 2$ et $\log 3$:

$$a = \log(1,5), \quad b = \log(16), \quad c = \log(\sqrt[3]{9}), \quad d = \log(2\sqrt{2}), \quad e = \log(0,25 \times e),$$
$$f = \log\left(\frac{9}{8}\right), \quad g = \log(36e^2), \quad h = \log(4,5), \quad i = \log\left(\frac{12}{e^{\frac{4}{5}}}\right).$$

Exercice 5. Résoudre les équations suivantes dans \mathbb{R} :

(a) $e^{x+3} = 1$, (b) $\log(2x - 3) = 5$, (c) $\log(2x) = 2 \log(x)$,
(d) $\log(x^2 - 1) + 2 \log(2) = \log(4x - 1)$, (e) $\log((x - 3)(x + 1)) = \log(x^2 - 6)$,
(f) $(\log x)^2 + 2 \log(x) - 3 = 0$, (g) $e^{2x} + 3e^x - 4 = 0$,
(h) $e^{3x} = 4$, (i) $e^{2x} - 3 = 4e^{-2x}$, (j) $\log(x) - 2 \log(x - 4) = -\log(2)$.

Exercice 6. Résoudre les inéquations suivantes dans \mathbb{R} :

(a) $e^{2x+1} > 1$, (b) $\log(x + 3) \leq 0$, (c) $e^{x-5} > 0$, (d) $e^{3x} < e^{x-1}$,
(e) $\log(2 - x^2) \geq \log(2x + 4)$, (f) $e^{2x} - 5e^x + 6 < 0$, (g) $e^{2x} + e^x - 2 \leq 0$,
(h) $e^{2x} - 3e^x + 2 \geq 0$, (i) $2 \log(x + 1) > \log(4x)$.

Exercice 7. Discuter le nombre de solutions réelles de l'équation suivante, suivant la valeur du paramètre m :

$$e^{2x} - 2e^x - m = 0.$$

Exercice 8. Résoudre dans \mathbb{R} les équations et inéquations suivantes :

(a) $\sqrt{2x + 1} = x + 2$, (b) $\sqrt{1 - 2x} = x - 1$, (c) $x - \sqrt{x} - 1 = 0$, (d) $x - \sqrt{x - 1} - 2 = 0$,
(e) $\sqrt{1 - x} > 2x - 3$, (f) $\sqrt{x - 1} > 2x - 3$, (g) $\sqrt{x + 1} < \sqrt{2 - x}$.