

## INTERROGATION N° 2

**Exercice 1.** (5 points)

Calculer  $I = \int_0^1 \frac{x^2 + 2x + 3}{x^3 + x^2 + x + 1} dx$ . On pourra observer que  $-1$  est racine du dénominateur.

**Exercice 2.** (4 points)

- a. Rappeler (sans démonstration) pour quelles valeurs des paramètres  $a, b \in \mathbb{R}$  l'intégrale généralisée suivante est convergente :

$$J = \int_2^{+\infty} \frac{dx}{x^a (\ln x)^b}.$$

- b. Déterminer (et justifier) la nature de l'intégrale généralisée suivante :

$$K = \int_2^{+\infty} \frac{dx}{\frac{x}{\ln(x)} + 1}.$$

**Exercice 3.** (2 points)

Soit  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction continue.

- a. Montrer qu'on a  $\int_0^1 f(x)^2 dx \geq 2 \int_0^1 f(x) dx - 1$ .
- b. Montrer que si  $\int_0^1 f(x)^2 dx = 2 \int_0^1 f(x) dx - 1$ , alors  $f(x) = 1$  pour tout  $x \in [0, 1]$ .