

## INTERROGATION N° 1

### Question de cours.

- Énoncer sans démonstration le théorème de Heine concernant les fonctions uniformément continues.
- La fonction  $f : x \mapsto x^2$  est-elle uniformément continue sur  $[0, 1]$  ?
- Est-elle uniformément continue sur  $]0, 1[$  ?

### Exercice 1. Donner un « équivalent simple » de :

- $f(x) = \frac{x^2 + \cos(x)}{\sqrt{1+x}}$  lorsque  $x$  tend vers  $+\infty$ ,
- $g(x) = \frac{\ln(x^2+x)}{1-\cos x}$  lorsque  $x$  tend vers 0.

### Exercice 2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$ et tout $x \in [0, 1]$ on pose $f_n(x) = \frac{e^x}{1+nx}$ et $I_n = \int_0^1 f_n(x) dx$ .

- Calculer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} f_n(x)$ , pour tout  $x \in [0, 1]$ .
- Étudier la monotonie de la suite  $(I_n)_n$ .
- En majorant  $e^x$  par  $e$  sur  $[0, 1]$ , montrer que  $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n = 0$ .