

Plan du cours

Chapitre 1. Nombres réels et fonctions

01/10

I Nombres réels

Notations : \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{R} , \mathbb{N}^* , \mathbb{R}_+^* , \mathbb{C} , \in .

a) Algèbre

Symboles \sum et \prod , factorielle. Identités remarquables. Racines d'un trinôme du second degré.

b) Ordre

Notations \max , \min , $|\cdot|$. Intervalles. Inégalité triangulaire. Partie entière.

II Fonctions

Notations et vocabulaire.

08/10

a) Algèbre

Opérations sur les fonctions. Composition. Parité, périodicité.

b) Ordre

Comparaison entre fonctions. Signe du trinôme du second degré. Monotonie.

III Puissances et exponentielle

a) Logarithme et exponentielle

Primitive de $1/x$. Produit et inverse. $\text{Log}(1+x) \leq x$. Limites de $\text{Log } x$, $x \text{Log } x$ et $(\text{Log } x)/x$. Réciproque de Log . Dérivée. Somme et opposé. Limites de $\exp x$, $x \exp x$, $(\exp x)/x$. Graphes.

b) Fonctions puissance

Puissances entières sur $\mathbb{R} / \mathbb{R}^*$, racines $n^{\text{ièmes}}$ sur $\mathbb{R} / \mathbb{R}_+$. Définition générale sur \mathbb{R}_+^* . Formule $\exp x = e^x$. Règles de calcul. Graphes.

Chapitre 2. Étude locale des fonctions réelles

I Limites

15/10

a) Définition

Définition intuitive, définition mathématique. Quantificateurs, propriété contraire.

b) Propriétés

Limite d'une somme, d'un produit, d'un quotient. Limite d'une fonction composée. Passage à la limite dans les inégalités. Théorème des gendarmes.

c) Variantes

Limites en l'infini, limites infinies. Formes indéterminées ou pas. Limites à droite et à gauche. Fonctions localement égales. Partie entière.

II Continuité et dérivation

a) Continuité

Limite en un point du domaine de définition. Continuité en un point. Exemples : continuité, discontinuités de première et seconde espèce.

b) Dérivation

Taux d'accroissement, dérivée. Théorèmes généraux et règles de calcul.

c) Interprétation graphique de la dérivée

Caractérisation de la dérivée par un DL. Interprétation graphique.

III Développements limités

21/10

a) Introduction

Idée des développements limités, approximations du graphe de $\exp(\sin(x))$.

b) Définition

Définition d'un développement limité. Unicité des coefficients. Exemple : $\frac{1}{1-x}$.

c) Formulaire

Développements de $\frac{1}{1-x}$, \exp , $\ln(1+x)$, \cos , \sin , $(1+x)^\alpha$.

22/10

d) Opérations usuelles

Troncature, somme, produit, composée, quotient. Cas des fonctions paires, impaires.

e) Formule de Taylor-Lagrange

Dérivées d'ordre supérieur, fonctions de classe C^n . Théorème de Taylor-Young, application aux DLs. Exemples : $\frac{1}{1-x}$, \exp .

Chapitre 3. Fonctions de plusieurs variables

5/11

a) Définition

L'ensemble \mathbb{R}^2 , équations de plans. Fonction réelle sur \mathbb{R}^2 . Graphe. Cas des fonctions affines.

b) Dérivées partielles

Définition. Exemple. Équation du plan tangent.

c) Dérivées secondes

Fonctions dérivées partielles. Dérivées secondes. Théorème de Schwarz.

d) Extrema

Extrema globaux et locaux. Condition nécessaire, points critiques.

Chapitre 4. Systèmes linéaires

10/12

I Généralités

a) Vocabulaire

Équations linéaires, systèmes linéaires, coefficients, terme constant, terme directeur, équation triviale, système homogène.

b) Solutions

Ensemble des solutions dans \mathbb{R}^n . Systèmes équivalents. Sous-espace vectoriel dans le cas homogène. Cas général : solution particulière + système homogène associé.

II Méthode de Gauss

12/12

a) Systèmes échelonnés

Système échelonné, exemples. Résolution d'un tel système. Dimension de l'ensemble des solutions.

b) Réduction de Gauss

Opérations élémentaires. Algorithme de Gauss.