

## FICHE D'EXERCICES N O 2

### Équations, inéquations

Toutes les équations et inéquations de cette fiche sont à résoudre dans l'ensemble des nombres réels.

[ Équations du premier degré ]

**Exercice 1.** Résoudre les équations suivantes :

(a)  $\frac{x}{2} + 2 = 5$ , (b)  $\frac{x}{4} + \frac{2x}{3} = 5$ , (c)  $3,75 = 0,8 + 0,5 \times (x - 1)$ ,  
(d)  $2 + \frac{1}{x+2} = \frac{7}{x+2}$ , (e)  $\frac{5}{x-5} + 6 = \frac{x}{x-5}$ , (f)  $1 + \frac{4}{3x+4} = \frac{-3x}{3x+4}$ , (g)  $x + 2 = \frac{x^2 - x - 6}{x + 1}$ ,  
(h)  $(x + 3)(x - 6) = (x + 1)(x + 7)$ , (i)  $(x + 2)(x + 3) = x^2 - x - 6$ .

**Exercice 2.** Résoudre les équations suivantes, où  $x$  est l'inconnue et  $a, b$  sont des paramètres. On discutera selon la valeur des paramètres.

(a)  $\frac{3x}{2} - a = x + 3a$ , (b)  $a(x - 3) = 2x + b$ , (c)  $a(x - b) = 2x + 3$ , (d)  $(b + 2)(x - 3) = 3b + 6$ ,  
(e)  $(a - 1)(3 - x) = x - ax$ , (f)  $\frac{x + a}{x - a} = 1$ , (g)  $\frac{a + x - 2}{a - x} = 1$ ,  
(h)  $\frac{a + 3}{a - 2} = \frac{x}{a^2 - 4}$ , (i)  $\frac{2x + a}{x - 2} = b$ , (j)  $\frac{ab - b + bx}{1 - a - x} = 2$ , (k)  $\frac{2}{x} + ax = (ax + 1) \frac{x - 2}{x}$ .

[ Inéquations du premier degré ]

**Exercice 3.** Résoudre les inéquations suivantes, et représenter l'ensemble des résultats sur la droite réelle :

(a)  $3x - 2 < 7$ , (b)  $x + 2 > 7x - 1$ , (c)  $3 - x \leq -4$ , (d)  $-3x \geq -12$ ,  
(e)  $10(x + 1) < x - 4$ , (f)  $\frac{3x + 7}{5} < 2x - 1$ , (g)  $\frac{2x - 1}{-3} \geq -1$ , (h)  $\frac{2}{x} < 4$ ,  
(i)  $\frac{3}{x} \geq 6$ , (j)  $\frac{x + 2}{x + 1} > 2$ , (k)  $\frac{1}{x - 2} \leq 1$ , (l)  $\frac{x^2}{x - 2} \leq x + 3$ ,  
(m)  $(x + 2)^2 < (x + 2)(x - 1)$ , (n)  $\frac{1}{x} \geq \frac{1}{x + 1}$ , (o)  $\frac{x + 1}{x + 2} > \frac{x - 2}{x - 1}$ .

**Exercice 4.** Résoudre les inéquations suivantes en dessant des tableaux de signes :

(a)  $(3x - 5)(-2x - 4) > 0$ , (b)  $(x - 5)(x + 1) < 0$ , (c)  $(2x + 3)(5 - x)x \leq 0$ ,  
(d)  $(-2x + 1)(4 + 2x)(3x - 2) \geq 0$ , (e)  $(4x - 5)(x + 2) - (x + 2)(3x - 1) \leq 0$ ,  
(f)  $x^2 \geq 4x$ , (g)  $\frac{4x - 8}{x - 3} < 0$ , (h)  $\frac{2x + 3}{x + 1} \geq 0$ .

**Exercice 5.** Résoudre les inéquations suivantes, d'inconnue  $x$  et de paramètre  $a$ . On discutera selon la valeur du paramètre.

(a)  $2x + a \leq x - 5a$ , (b)  $ax - 3 \leq x + 2a$ , (c)  $(a - 1)(x - a) < 0$ ,  
(d)  $\frac{ax + 2}{x - 1} \leq a$ , (e)  $(x - 2a)(a + 2x) > 0$ .

**Exercice 6.** Résoudre les inéquations suivantes et représenter l'ensemble des résultats sur la droite réelle :

- (a)  $|x - 2| \leq 4$ , (b)  $|x - 2| \geq 1$ , (c)  $|3x + 5| > 2$ , (d)  $|2x - 1| < 3$ ,  
 (e)  $|x - 1| \leq |x - 3|$ , (f)  $|x - 2| > |x + 4|$ , (g)  $|x + 3| \leq 2x$ , (h)  $|x + 1| < x - 3$ ,  
 (i)  $\frac{x + 2}{|x - 1|} \geq 0$ , (j)  $\frac{x + 2}{|x - 1|} \geq 2$ , (k)  $\left| \frac{x - 3}{x - 2} \right| < 1$ , (l)  $\left| \frac{x + 1}{x + 2} \right| \geq 2$ ,  
 (m)  $|(2x - 1)(x + 3)| > 2x^2 + 3$ , (n)  $|(x - 1)(x + 2)| \leq x^2 + 2$ ,  
 (o)  $|3x + 2| \leq |x + 1|$ , (p)  $|x - 1| < 2 \times |3 - x|$ .

[ Équations du second degré ]

**Exercice 7.** Résoudre les équations suivantes :

- (a)  $6x^2 + 5x - 4 = 0$ , (b)  $x^2 + 4x + 4 = 0$ , (c)  $x^2 + 3x + 8 = 0$ , (d)  $x^2 + 2x - 3 = 0$ ,  
 (e)  $x^3 + x = 2x^2$ , (f)  $x^3 + 2x^2 - 6x = 0$ , (g)  $x^4 - 8x^2 + 15 = 0$ , (h)  $x^4 - 5x^2 + 6 = 0$ ,  
 (i)  $x^{-1} + x^{-2} = 6$ , (j)  $\frac{5}{x + 4} - \frac{3}{x - 2} = 4$ , (k)  $\frac{1}{x + 1} = \frac{1}{x}$ , (l)  $\frac{1}{x + 1} = \frac{1}{x} + 1$ .

**Exercice 8.** Résoudre les équations suivantes, d'inconnue  $x$  et de paramètres  $a, b$ . On discutera selon la valeur des paramètres.

- (a)  $x^2 + 2ax = b^2 - a^2$ , (b)  $(ax - bx)^2 = x(b - a)$ , (c)  $ax^2 + 2ax + a + 1 = 0$ , (d)  $x + \frac{1}{x} = a$ .

**Exercice 9.** Factoriser les polynômes  $P$  suivants en recherchant des solutions de l'équation  $P(x) = 0$ .

$$\begin{aligned} A(x) &= x^2 + 3x + 2, & B(x) &= 3x^2 + 3x - 6, & C(x) &= -2x^2 + 4x + 6, & D(x) &= 2x^2 - 3x, \\ E(x) &= x^3 - 5x^2, & F(x) &= 2x^3 - 5x^2 + x + 2, & G(x) &= 3x^3 - 8x^2 - 5x + 6, & H(x) &= x^3 + x - 2, \\ I(x) &= 6x^4 - x^3 - 8x^2 + x + 2, & J(x) &= 2x^4 + 2x^3 - x^2 - 2x - 1. \end{aligned}$$

À partir de  $F$ , on pourra commencer par vérifier que 1 ou  $-1$  est racine.

[ Inéquations du second degré ]

**Exercice 10.** Résoudre les inéquations suivantes :

- (a)  $x^2 + x - 2 > 0$ , (b)  $5x - 6 - x^2 < 0$ , (c)  $2x^2 + 13x - 7 \geq 0$ , (d)  $-5x^2 - 30x - 48 < 0$ ,  
 (e)  $x^2 - 2x + 1 \leq 0$ , (f)  $x^2 + 2x + 3 \geq 0$ , (g)  $x(6 - x) \leq 2x - 5$ , (h)  $x^3 - 5x^2 + 6x \leq 0$ ,  
 (i)  $x > \frac{1}{x}$ , (j)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x + 1} < 0$ , (k)  $\frac{x^2 + 10x + 21}{x^2 - 12x + 32} > 0$ , (l)  $3x - 2 \geq \frac{1}{x}$ .

**Exercice 11.** Résoudre les inéquations suivantes et représenter l'ensemble des solutions sur la droite réelle.

- (a)  $|x^2 + x - 2| > 1$ , (b)  $|x^2 + x + 1| \leq 3$ , (c)  $|x^2 - x - 6| \leq 4$ , (d)  $|x + 2| + \left| \frac{1}{x} + 2 \right| > 5$ .

[ Logarithme et exponentielle ]

**Exercice 12.** Résoudre les équations suivantes dans  $\mathbb{R}$  :

- (a)  $e^{x+3} = 1$ , (b)  $\log(2x - 3) = 5$ , (c)  $\log(2x) = 2 \log(x)$ ,  
 (d)  $\log(x^2 - 1) + 2 \log(2) = \log(4x - 1)$ , (e)  $\log((x - 3)(x + 1)) = \log(x^2 - 6)$ ,  
 (f)  $(\log x)^2 + 2 \log(x) - 3 = 0$ , (g)  $e^{2x} + 3e^x - 4 = 0$ ,  
 (h)  $e^{3x} = 4$ , (i)  $e^{2x} - 3 = 4e^{-2x}$ , (j)  $\log(x) - 2 \log(x - 4) = -\log(2)$ .

**Exercice 13.** Résoudre les inéquations suivantes dans  $\mathbb{R}$  :

- (a)  $e^{2x+1} > 1$ , (b)  $\log(x + 3) \leq 0$ , (c)  $e^{x-5} > 0$ , (d)  $e^{3x} < e^{x-1}$ ,  
 (e)  $\log(2 - x^2) \geq \log(2x + 4)$ , (f)  $e^{2x} - 5e^x + 6 < 0$ , (g)  $e^{2x} + e^x - 2 \leq 0$ ,  
 (h)  $e^{2x} - 3e^x + 2 \geq 0$ , (i)  $2 \log(x + 1) > \log(4x)$ .