Produits libres amalgamés de groupes quantiques discrets

Roland Vergnioux
vergniou@math.uni-muenster.de

19 avril 2004

Groupes quantiques discrets
[Woronowicz]

C^*-algèbre d'un groupe quantique discret :
- ➔ C^*-algèbre unifère S
- ➔ coproduit : $\delta \in \mathrm{Mor}(S, S \otimes S)$ tq $(\delta \otimes \mathrm{id}) \circ \delta = (\mathrm{id} \otimes \delta) \circ \delta$
- ➔ condition analytique : $\delta(S)(1 \otimes S)$ et $\delta(S)(S \otimes 1)$ denses dans $S \otimes S$

Autres objets de la théorie :
- ➔ état de Haar $h : S \to \mathbb{C}$
- ➔ repr. GNS $\lambda : S \to L(H)$, $S_r = \lambda(S)$
- ➔ co-unité $\varepsilon : S \to \mathbb{C}$ (caractère)
- ➔ coreprésentation sur K : $u \in L(K) \otimes S$
- ➔ catégorie des corepr. unitaires : $\mathcal{C}$

Le GQD est dit moyennable si S_r admet une co-unité (alors $S = S_r$).

Produits libres de C^*-algèbres

[Voiculescu]

A_1, A_2 C^*-algèbres unifères, $1 \in B \subset A_i$

➜ $A = A_1 *_B A_2$ C^*-alg. univ. engendrée par A_1 et A_2 en identifiant les copies de B

$P_i : A_i \to B$ espérance conditionnelle fidèle

(E_i, η_i) construction GNS

➜ repr. de $A_1 *_B A_2$ sur $E_1 *_B E_2$

➜ image de cette représentation : $A_1 *_{B,r} A_2$

➜ esp. cond. $P_1 *_B P_2 : A_1 *_B A_2 \to B$

$$E_1 *_B E_2 = \eta B \oplus \bigoplus_{(i_k) \in \cup I_n} E_{i_1}^\circ \otimes_B \cdots \otimes_B E_{i_n}^\circ$$

$$I_n = \{(i_k) \in \{0,1\}^n \mid \forall k \ i_k \neq i_{k+1}\}, \qquad E_i^\circ = \eta_i^\perp$$