Université Denis Diderot | 2002-2003
DEUG MIAS Info MT231 | Groupe I23

Devoir surveillé n°3

mercredi 15 janvier

Exercice 1 Question de cours. On considère un système différentiel linéaire à coefficients constants, de taille 4, dont la matrice est diagonalisable.

1. Donner l'ensemble des solutions du système, en fonction des vecteurs propres et valeurs propres de la matrice du système.
2. Quelle est la dimension de l'espace des solutions ? A-t-on le même résultat dans le cas où la matrice n'est pas diagonalisable ?

Exercice 2 Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^3$ dont la matrice dans la base canonique est

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 4 & -9 & 12 \\ 2 & -3 & 3 \end{pmatrix}.$$

1. Montrer que f admet une seule valeur propre et que le sous-espace propre associé est de dimension 2. Déterminer une base (e_1, e_2) de ce sous-espace.
2. On pose $e_3 = (1, 0, 0)$. Donner la matrice T de l'endomorphisme f dans la base (e_1, e_2, e_3).
3. En s'aidant des questions précédentes, résoudre le système différentiel suivant :

$$\begin{cases} x' = & -3x + 3te^{-3t} \\ y' = & 4x - 9y + 12z + 2te^{-3t} \\ z' = & 2x - 3y + 3z \end{cases}$$

Barême et temps de travail indicatifs :
- Exercice 1 : 4 points, 10 minutes.
- Exercice 2 : 16 points, 50 minutes.