# SERIES NUMERIQUES

Exercices d'entraînement — Réponses

**Exercices 1 et 2.** Séries convergentes : b — g. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = u_0 = 2$. $\sum_{n=2}^{\infty} b_n = \mathrm{Log}(\frac{1}{2})$.

**Exercice 4.** On a $u_n \sim \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$ mais on ne peut rien en conclure. $(\sum a_n)$ converge. On a $u_n - a_n \sim -\frac{1}{2n}$ donc $(\sum u_n)$ diverge. D'autre part $(\sum v_n)$ n'est pas absolument convergente, mais on a $v_n - \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} \sim \frac{-1}{2n\sqrt{n}}$ donc $(\sum v_n)$ converge.

**Exercice 6.** Si $(\sum u_n)$ est convergente, on a $\lim u_n = 0$ mais pas forcément $u_n = o(\frac{1}{n})$. Contre-exemple : $u_n = \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$. Contre-exemple avec des termes positifs : $u_{2^n} = \frac{1}{n^2}$ et $u_k = 0$ si $k$ n'est pas une puissance de 2.

UNIVERSITÉ DENIS DIDEROT 2002-2003
DEUG MIAS INFO MT231 GROUPE I23

SERIES NUMERIQUES

Exercices d'entraînement — Réponses

**Exercices 1 et 2.** Séries convergentes : b — g. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = u_0 = 2$. $\sum_{n=2}^{\infty} b_n = \mathrm{Log}(\frac{1}{2})$.

**Exercice 4.** On a $u_n \sim \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$ mais on ne peut rien en conclure. $(\sum a_n)$ converge. On a $u_n - a_n \sim -\frac{1}{2n}$ donc $(\sum u_n)$ diverge. D'autre part $(\sum v_n)$ n'est pas absolument convergente, mais on a $v_n - \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} \sim \frac{-1}{2n\sqrt{n}}$ donc $(\sum v_n)$ converge.

**Exercice 6.** Si $(\sum u_n)$ est convergente, on a $\lim u_n = 0$ mais pas forcément $u_n = o(\frac{1}{n})$. Contre-exemple : $u_n = \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$. Contre-exemple avec des termes positifs : $u_{2^n} = \frac{1}{n^2}$ et $u_k = 0$ si $k$ n'est pas une puissance de 2.