# Plan du cours

## Chapitre 1. Nombres réels et fonctions

### I Nombres réels

01/10

Notations : $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{N}^*$, $\mathbb{R}_+^*$, $\subset$, $\in$.

#### a) Algèbre

Symboles $\sum$ et $\prod$, factorielle. Identités remarquables. Racines d'un trinôme du second degré.

#### b) Ordre

Notations max, min, $|\cdot|$. Intervalles. Inégalité triangulaire. Partie entière.

### II Fonctions

Notations et vocabulaire.

#### a) Algèbre

08/10 Opérations sur les fonctions. Composition. Parité, periodicité.

#### b) Ordre

Comparaison entre fonctions. Signe du trinôme du second degré. Monotonie.

### III Puissances et exponentielle

#### a) Logarithme et exponentielle

Primitive de $1/x$. Produit et inverse. $\mathrm{Log}(1+x) \leq x$. Limites de $\mathrm{Log}\, x$, $x \,\mathrm{Log}\, x$ et $(\mathrm{Log}\, x)/x$. Réciproque de Log. Dérivée. Somme et opposé. Limites de $\exp x$, $x \exp x$, $(\exp x)/x$. Graphes.

#### b) Fonctions puissance

Puissances entières sur $\mathbb{R}$ / $\mathbb{R}^*$, racines $n^{\text{ièmes}}$ sur $\mathbb{R}$ / $\mathbb{R}_+$. Définition générale sur $\mathbb{R}_+^*$. Formule $\exp x = e^x$. Règles de calcul. Graphes.

## Chapitre 2. Étude locale des fonctions réelles

### I Limites

15/10

#### a) Définition

Définition intuitive, définition mathématique. Quantificateurs, propriété contraire.

#### b) Propriétés

Limite d'une somme, d'un produit, d'un quotient. Limite d'une fonction composée. Passage à la limite dans les inégalités. Théorème des gendarmes.

#### c) Variantes

Limites en l'infini, limites infinies. Formes indéterminées ou pas. Limites à droite et à gauche. Fonctions localement égales. Partie entière.

### II Continuité et dérivation

#### a) Continuité

Limite en un point du domaine de définition. Continuité en un point. Exemples : continuité, discontinuités de première et seconde espèce.

#### b) Dérivation

Taux d'accroissement, dérivée. Théorèmes généraux et règles de calcul.

### c) Interprétation graphique de la dérivée

Caractérisation de la dérivée par un DL. Interprétation graphique.

## III Développements limités

21/10

### a) Introduction

Idée des développements limités, aproximations du graphe de $\exp(\sin(x))$.

### b) Définition

Définition d'un développement limité. Unicité des coefficients. Exemple : $\frac{1}{1-x}$.

### c) Formulaire

Développements de $\frac{1}{1-x}$, exp, $\ln(1+x)$, cos, sin, $(1+x)^{\alpha}$.

22/10

### d) Opérations usuelles

Troncature, somme, produit, composée, quotient. Cas des fonctions paires, impaires.

### e) Formule de Taylor-Lagrange

Dérivées d'ordre supérieur, fonctions de classe $C^n$. Théorème de Taylor-Young, application aux DLs. Exemples : $\frac{1}{1-x}$, exp.

# Chapitre 3. Fonctions de plusieurs variables

5/11

### a) Définition

L'ensemble $\mathbb{R}^2$, équations de plans. Fonction réelle sur $\mathbb{R}^2$. Graphe. Cas des fonctions affines.

### b) Dérivées partielles

Définition. Exemple. Équation du plan tangent.

### c) Dérivées secondes

Fonctions dérivées partielles. Dérivées secondes. Théorème de Schwarz.

### d) Extrema

Extrema globaux et locaux. Condition nécessaire, points critiques.

# Chapitre 4. Systèmes linéaires

10/12

## I Généralités

### a) Vocabulaire

Équations linéaires, systèmes linéaires, coefficients, terme constant, terme directeur, équation triviale, système homogène.

### b) Solutions

Ensemble des solutions dans $\mathbb{R}^n$. Systèmes équivalents. Sous-espace vectoriel dans le cas homogène. Cas général : solution particulière + système homogène associé.

## II Méthode de Gauss

12/12

### a) Systèmes échelonnés

Système échelonné, exemples. Résolution d'un tel système. Dimension de l'ensemble des solutions.

### b) Réduction de Gauss

Opérations élémentaires. Algorithme de Gauss.